Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Для билета

Вариант задания 1

№2

Дано:

$p_0 = 10^5$ Па

$V = 5$ л

$\Delta m = 3{,}5$ г

$\mu = 18 \frac{г}{моль}$

$R = 8{,}31 \frac{Дж}{К \cdot моль}$

$p_1 = \frac{1}{2} p_0$

m_0 - ?

Решение:

При $p = 10^5$ Па тем-ра насыщенных паров составила $T_0 = 373$ К. Вода в сосуде жидкая + в виде пара. Т.к. давление ↓ в 2 раза, а всё остальное не менялось ⇒ мы испарили всю жидкую воду + половину в виде пара:

$$\begin{cases} p_0 V = \frac{m_1}{\mu} R T_0 \\ p_2 V = \frac{m_2}{\mu} R T_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{p_2}{p_0} = \frac{1}{2}$$; если бы жидкая вода осталась, то она все равно испарилась в пар, тогда найдём m_2 - оставшуюся воду.

$$m_2 = \frac{p_2 V \mu}{R T_0} = \frac{p_0 V \mu}{2 R T_0} = \frac{10^5 Па \cdot 5 л \cdot 18 \frac{г}{моль}}{2 \cdot 8{,}31 \frac{Дж}{К \cdot моль} \cdot 373 К} = 1{,}95 г \Rightarrow$$

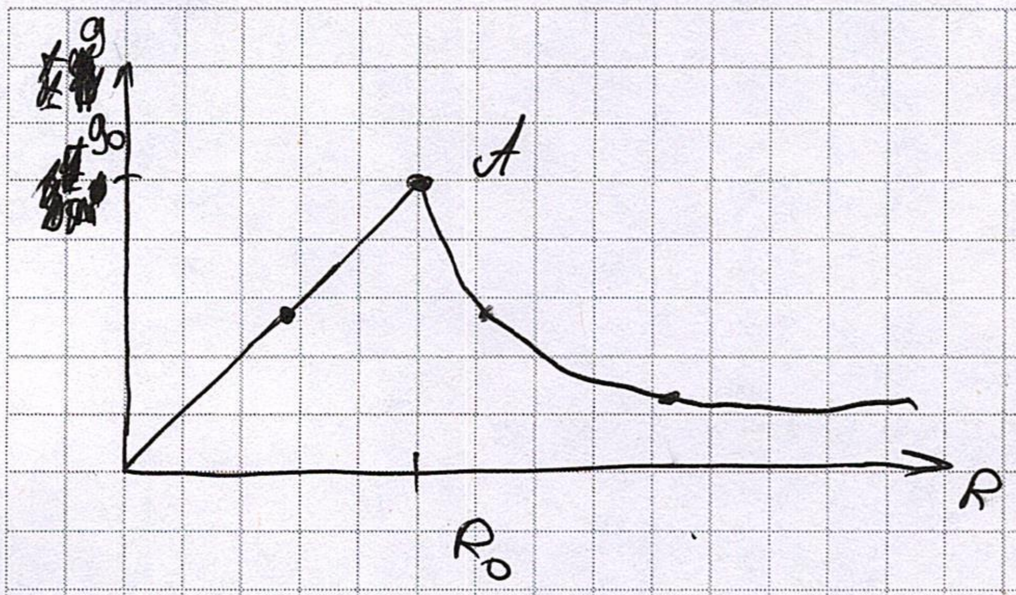
$m_0 = \Delta m + m_2 = 5$ г

Ответ: $m_0 = 5$ г.

№3

Ускорение g внутри ~~[illegible]~~ внутри массивного тела зависит линейно от $\vec{R}$ до центра тела, дальше $g \sim \frac{1}{R^2}$

Можно использовать оборот листа для записи решений



$$mg = \frac{GMm}{R^2} \Rightarrow g = \frac{GM}{R^2}$$

$$mg = \frac{GMm}{R^2} \Rightarrow g = \frac{GM}{R^2}$$

$E_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{GMm}{R}$ – энергия гравитации в начале

$E_2 = -\frac{GMm}{2R}$ – энергия гравитации в конечной точке.

$\frac{mv_1^2}{R} = \frac{GMm}{R^2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} = 360 \frac{м}{с}$.

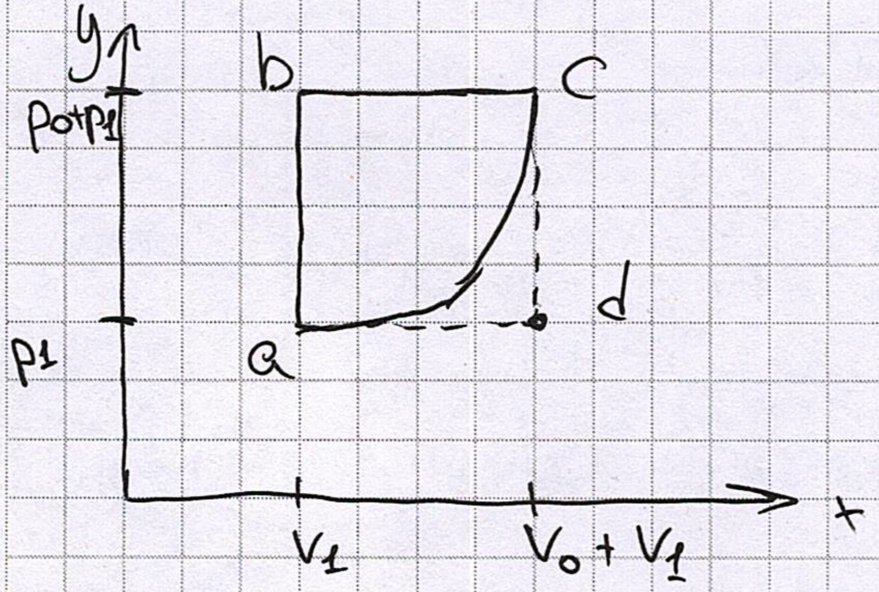
$E_0 = -\frac{GMm}{R}$ – энергия на поверхности.

$\frac{mv_0^2}{2} = (E_1 - E_0) + (E_2 - E_0) = \frac{GMm}{R} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2,5} \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{2} v_1 =$

$= 569 \frac{м}{с}$

Ответ: $v_0 = 569 \frac{м}{с}$.

№5



$\eta = \frac{A_1}{Q_1}$; A_1 – площадь четверти графика круга $\Rightarrow$ $A_1 = \frac{1}{4} \pi p_0 V_0$

$\eta = \frac{\pi p_0 V_0}{4 Q_1} \Rightarrow \frac{p_0 V_0}{Q_1} = \frac{4\eta}{\pi}$.

$\eta_{abcda} = \frac{A_2}{Q_1}$ (Q_1 – только энергия от нагревателя, т.е. от т. a до т. c; $Q_1 = \Delta U_{abc} + A_{abc}$).

$A_2 = p_0 V_0$ – площадь квадрата графика abcd.

$\eta_{abcda} = \frac{p_0 V_0}{Q_1} = \frac{4\eta}{\pi} = 1,27\eta$

$\eta_{acda} = \frac{A_3}{Q_1}$; $A_3 = A_2 - A_1 \Rightarrow \eta_{acda} = \frac{A_2}{Q_1} - \frac{A_1}{Q_1} = \eta_{abcda} - 1 =$

$= 0,27\eta$;

olymp.bmstu.ru

$Q_1 = \Delta U_{adc} + A_{abc}$; $\Delta U_{abc} = \frac{3}{2}((p_1+p_0)(V_1+V_0) - p_0 V_1) =$

$= \frac{3}{2}(p_1 V_0 + p_0 V_1 + p_0 V_0)$; $A_{abc} = (p_0+p_1)V_0 = p_0 V_0 + p_1 V_0$

$$\eta = \frac{\pi p_0 V_0}{4 \cdot \frac{3}{2}(p_1 V_0 + p_0 V_1 + p_0 V_0) + 4 p_0 V_0 + 4 p_1 V_0} = \frac{\pi p_0 V_0}{6(p_1 V_0 + p_0 V_1 + p_0 V_0) + 4 p_0 V_0 + 4 p_1 V_0}.$$

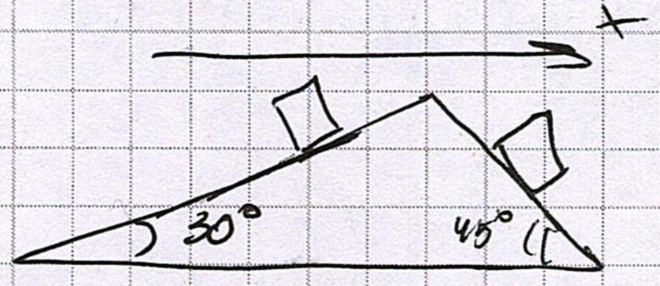
Чтобы максимизировать η, нужно минимизировать знаменатель, т.е. $p_1 \to 0$ и $V_1 \to 0$ =>

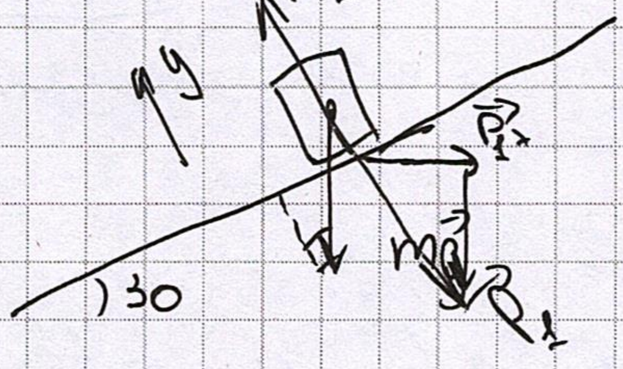
$$\eta = \frac{\pi p_0 V_0}{6 p_0 V_0 + 4 p_0 V_0} = \frac{\pi}{10} \approx 0{,}314$$

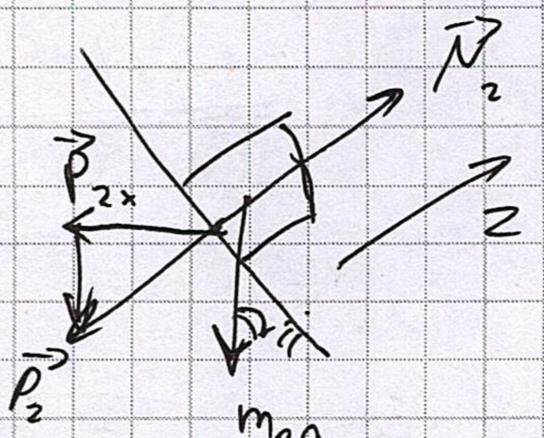
Ответ: $\eta_{ADA} = 0{,}24\eta$; $\eta_{ABADA} = 1{,}27\eta$; $\eta_{max} = 0{,}314$.

№6

1)







Применим 2-й з-н Ньютона: оу: $mg\sin\alpha = N_1$; $N_1 = P_1$;

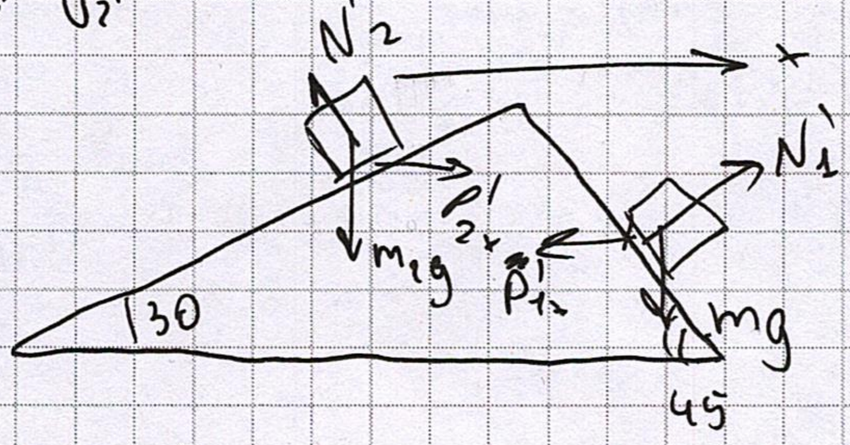
$P_{1x} = P\cos\alpha$; $m_2 g \sin\beta = N_2$; $N_2 = P_2$; $P_{2x} = P_2 \cos\beta$

$P_{1x} = mg\sin\alpha\cos\alpha$; $P_{2x} = m_2 g \sin\beta\cos\beta$.

$2m \cdot 0 = P_{1x} - P_{2x}$ => $m\sin\alpha\cos\alpha = m_2 \sin\beta\cos\beta$ => $m_2 = m\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\beta\cos\beta} =$

$= \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} m$;

2)



$N_2' = m_2 g \sin\alpha$; $N_2' = P_2'$;

$P_{2x}' = P_2' \cos\alpha$ => $P_{2x}' = m_2 g \sin\alpha\cos\alpha$

$N_1' = mg\sin\beta$; $N_1' = P_1'$

$P_{21x}' = P_1' \cos\beta = mg\sin\beta\cos\beta$.

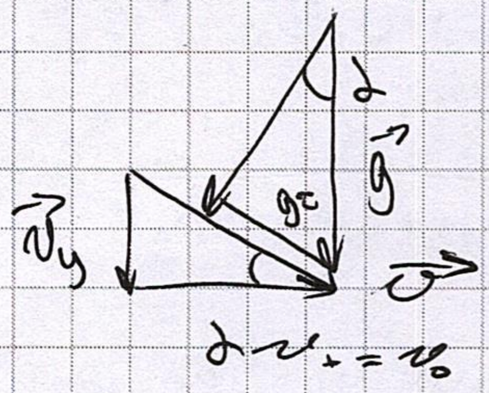
$2ma_0 = P'_{1x} - P'_{2x}$ — поезд вниз, т.к. $P'_{1x} > P'_{2x}$

$2ma_0 = mg\sin\beta\cos\beta - \frac{\sqrt{3}}{2}mg\sin\alpha\cos\alpha$

$a_0 = g\frac{\sin\beta\cos\beta - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha\cos\alpha}{2} = 0{,}625\ \frac{м}{с^2}$

Ответ: $m_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}m_1$, $a_0 = 0{,}625\ \frac{м}{с^2}$ вниз.

№1



$a_\tau = g\sin\alpha$

$\sin\alpha = \frac{v_y}{v}$; $v_y = gt$

$v^2 = v_0^2 + v_y^2$; $v = \sqrt{(gt)^2 + v_0^2}$

$\sin\alpha = \frac{gt}{\sqrt{(gt)^2 + v_0^2}}$; $a_\tau = \frac{g^2t}{\sqrt{(gt)^2 + v_0^2}}$

$dv_\tau = a_\tau dt \Rightarrow v_{\tau\Sigma} = \int_0^{t_0} \frac{g^2t}{\sqrt{(gt)^2 + v_0^2}}\,dt$

$f(t) = \sqrt{(gt)^2 + v_0^2}$

$df(t) = \frac{2g^2t}{\sqrt{(gt)^2 + v_0^2}}dt \Rightarrow v_{\tau\Sigma} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{(gt_0)^2 + v_0^2} - v_0\sqrt{(g\cdot 0)^2 + v_0^2}\right) =$

$= \frac{1}{2}\left(\sqrt{(gt_0)^2 + v_0^2} - v_0\right)$.

$\bar{g}_\tau = \frac{v_{\tau\Sigma}}{t_0}$ *; $\frac{gt_0^2}{2} = h \Rightarrow t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$a_{\tau_0} = \frac{g^2t_0}{\sqrt{(gt_0)^2 + v_0^2}}$

$\bar{g}_\tau = 0{,}75\frac{g^2t_0}{\sqrt{(gt_0)^2 + v_0^2}}$; $\frac{\sqrt{(gt_0)^2 + v_0^2} - v_0}{2t_0} = \frac{0{,}75\,g^2t_0}{\sqrt{(gt_0)^2 + v_0^2}}$

$g^2t_0^2 = \frac{2h}{g^2}g^2 = 2gh$

$2gh + v_0^2 - v_0\sqrt{2gh + v_0^2} = 3gh$

$v_0^2 = gh + v_0\sqrt{2gh + v_0^2} \Rightarrow v_0^4 = (gh)^2 + 2v_0gh$

$v_0^4 - 2ghv_0^2 + (gh)^2 = 2ghv_0^2 + v_0^4 \Rightarrow v_0^2 = gh \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gh}{4}} =$

$= \sqrt{\frac{10\frac{м}{с^2}\cdot 40м}{4}} = 10\frac{м}{с}$.

Ответ: $v_0 = 10\frac{м}{с}$.

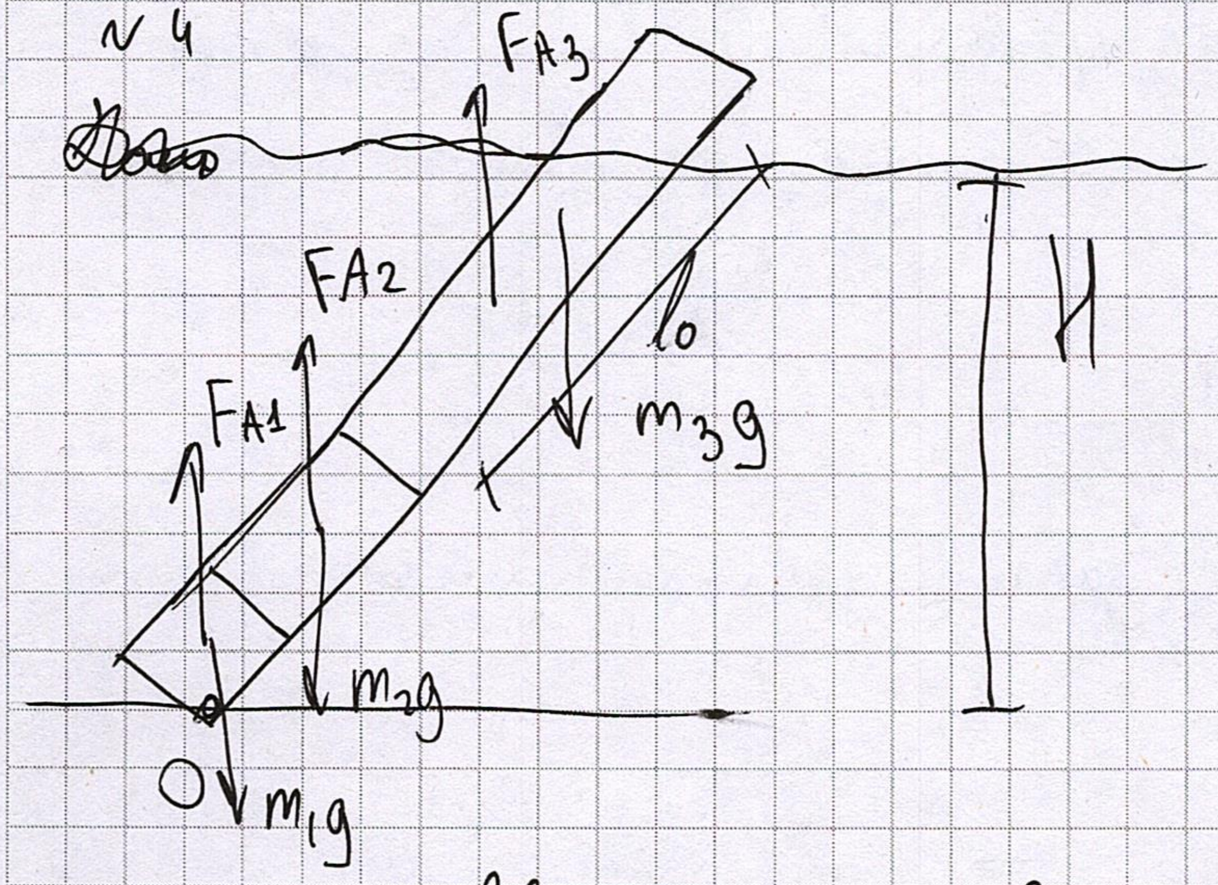
olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

№ 4



$m_1g = 5\rho l S g$; $m_2g = \rho 2 l S g$

$m_3g = 0{,}2\rho\, 4 l S g = 0{,}8\,\rho l S g$. ; l_0 - длина погруженной части 3-й части. $F_{A1} = \rho l S g$; $F_{A2} = 2\rho l S g$; $F_{A3} = \rho l_0 S g$

Правило моментов отн-но т. О

$$m_1 g \cdot \frac{l}{2} + m_2 g \cdot \left(\frac{2l}{2} + l\right) + m_3 g \left(\frac{4l}{2} + 3l\right) = F_{A1} \cdot \frac{l}{2} + F_{A2} \cdot 2l + F_{A3} \cdot \left(\frac{l_0}{2} + 3l\right)$$

$$5\rho l S g \frac{l}{2} + 4\rho l^2 S g + 4\rho l^2 S g = \frac{1}{2}\rho l^2 S g + 4\rho l^2 S g + \rho l_0 S g \left(\frac{l_0}{2} + 3l\right) \quad | : \rho S g$$

$$\frac{5}{2} l^2 + 4l^2 = \frac{1}{2} l^2 + \frac{1}{2} l_0^2 + 3 l_0 l$$

$$l_0^2 + 6 l_0 l - 12 = 0 \Rightarrow l_0 = l \cdot \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 + 48}}{2} \; ; \; l_0 = 1{,}58\, l$$

Палка станет вертикальной при $H = l_0 + 3l = 4{,}58\, l$, если моменты H будет, но l_0 та же, то палка не станет вертикальной, но хорошему будут малые колебания $\Rightarrow H = 4{,}58\, l$

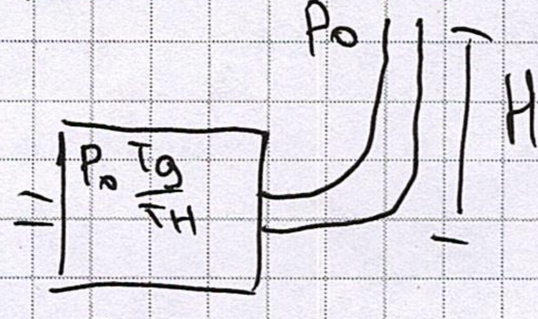
Ответ: $H = 4{,}58\, l$.

Можно использовать оборот листа для записи решений

№7

Новое давление в сосуде P_0

Дневное давление $P_0 \cdot \frac{T_д}{T_н}$, где $T_д$ - тем-ра дневн, $T_н$ - темпра ночью ($T_н = 278K$); ($P_0 V = \nu R T_н$, $P \sim T$, $P_2 V = \nu R T_д$)



Чтобы проветривать воздух днем, давление в сосуде должно быть больше, хотя бы на $\rho g H$, чем P_0.

$\left(P_0 \frac{T_д}{T_н} - P_0\right) S = \rho g H$,

$A_{газа} = P_0 \left(\frac{T_д}{T_н} - 1\right) SH$, $\Delta V = SH$; давление почти не меняется, т.к. изменение очень мало.

$A_{газа}$ $E = mgH = \rho SHgH$

$E = A_{газа}$

$P_0 \frac{T_д}{T_н} SH - P_0 SH = \rho SgH^2$

$T_д = \frac{\rho gH}{P_0} T_н =$

$\left(P_0 \frac{T_д}{T_н} - P_0\right) SH = \rho SgH^2$

$T_д = \frac{\rho SgH \cdot T_н}{P_0} + T_н = 292K \Rightarrow t_д = 19°C.$

Ответ: при $t_д = 19°C$.